ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ УВЕЛИЧЕНИЕ ФОНОНОВ В КВАНТОВОЙ ПРОВОЛОКЕ С ПАРАБОЛИЧЕСКИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

ИБРАГИМОВ Г.Б.

Институт Физики НАН Азербайджана

Исследовано термоэлектрическое увеличение акустических фононов, взаимодействующих с электронами, ограниченными в квантовых проволоках (КП) с параболическим потенциалом, при наличии температурного градиента. Показано, что коэффициент термоэлектрического увеличения фононов возрастает с уменьшением поперечного сечения проволоки. Получено, что коэффициент термоэлектрического увеличения фононов в КП в присутствии магнитного поля возрастает.

Исследование явлений переноса в размерно-ограниченных системах является важной задачей, поскольку особенности закона дисперсии зонных носителей делает такие квантовые системы перспективными для создания приборов с уникальными свойствами. В ультратонких полупроводниковых проволоках (субмикронные размеры), обычно называемых проволоками с квантовыми ямами, носители квантуются в двух поперечных направлениях и движутся только вдоль длины проволоки и ведут себя как квазиодномерный электронный газ. Размерное квантование уровней электронов и дырок приводит к расщеплению зоны проводимости и валентной зоны на подзоны, разделенные энергиями размерного квантования. Вследствие такого расщепления ряд физических свойств квазиодномерного газа отличается от свойства его трехмерного аналога [1-8]. Возможность изготовления квантовых структур субмикронных размеров привлекает значительный интерес к исследованию термоэлектрических эффектов в наноструктурах [9-15]. Неравновесность фононного распределения, связанная с наличием градиента температуры, может при определенных условиях играть существенную роль в термоэлектрических явлениях [16]. Термоэлектрическое увеличение акустических фононов при температурном градиенте в массивном полупроводнике рассмотрены в [17,18].

В настоящей работе развита теория для фононного неустойчивости в квантовой проволоке с параболическим потенциалом при наличии температурного градиента. Количественная теория фононного увеличения основана на кинетическом уравнении. Кинетическое уравнение для функции распределения акустического фонона $N_q(t)$ имеет вид [17]

$$\frac{dN_q(t)}{dt} = \gamma_q N_q - \left(\frac{N_q(t) - N_q^0}{\tau_q}\right) \qquad (1)$$

где τ_q - время релаксации акустическими фононами, которое описывается формулой Ландау-Румера [16], N_q^0 - равновесная функция распределения фононов и γ_q - скорость увеличения фонона из-за столкновения с электронами при наличии градиента температуры, которая определяется следующим выражением [17-18}

$$\gamma_q = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\kappa}\left|\langle\alpha'|M|\alpha\rangle\right|^2\left(f_{k-q,n'} - f_{k,n}\right)\delta\left(E_{k,n} - E_{k-q,n'} - \hbar\omega_q\right) \qquad (2)$$

здесь $f_{k,n}$ -неравновесная функция распределения электронов, ω_q -частота акустического фонона, k- волновой вектор электрона, направленный вдоль длины проволоки. Фононы при этом считаются не подверженными влиянию неоднородностей, вызывающих появление квантовых ям для электронов, т.е. это обычные фононы в трехмерном кристалле. Мы будем рассматривать два случаи: образец включен в замкнутую и разомкнутую электрическую цепь. Для замкнутой цепи функция распределения электронов при наличии градиента температура в приближении времени релаксации имеет вид [9,17]

$$f_{k,n} = f_{k,n}^0 \left\{ 1 - \frac{\hbar\tau}{m^*} k \left[\frac{\nabla T}{T} \left(E_{n,k} / K_B T \right) \right] \right\} \tag{3}$$

где τ- время релаксации электронов, ∇T - градиент температура, и K_B – постоянная Больцмана . Здесь мы выбираем равновесную функцию распределения электронов $f_{k_z,n}^0$ такой, что $2\sum f_{k_z,n}^0 = N_0$, где N_0 - концентрация электронов. В невырожденном случае функция распределения электронного газа имеет вид

$$f_{k,n_z}^0 = \frac{\sqrt{2\pi}\hbar n_1}{\delta_n \left(m^* K_B T \right)^{1/2}} \exp\left(-\frac{\hbar\omega(n+1/2)}{K_B T} \right) \exp\left(-\frac{\hbar^2 k^2}{2m^* K_B T} \right), \quad \delta_n = \sum_n \exp\left[-\frac{\hbar\omega(n+1/2)}{K_B T} \right] \tag{4}$$

где n_1 - одномерная концентрация электронов (электроны в единицы длины проволоки). Для разомкнутой электрической цепи функция распределения электронов принимает вид [9,19]

$$f_{k,n} = f_{k,n}^0 \left\{ 1 - \frac{\hbar\tau}{m^*} k \left[\frac{\nabla T}{T} \left(E_{n,_z k} / K_B T \right) - \frac{e\nabla\varphi}{K_B T} \right] \right\} \tag{5}$$

где e - заряд электрона и φ - электростатический потенциал. Электростатический потенциал определяется из условия $j = -\frac{e\hbar}{m^*} \sum f_{k,n} k = 0$,

Термоэлектрическое увеличение фононов в КП при отсутствии магнитного поля

Мы рассматриваем квазиодномерный электронный газ, ограниченный в проволоке размерами L_x, L_y, L_z таким образом, что $L_x, L_z << L_x = L$. Боковое ограничение в направлении y моделируется параболическим потенциалом частотой ω и в направлении z – треугольной ямой. Мы будем рассматривать электронные плотности такие, что только нижайшая подзона с энергией E_z^0 занимает z направление. Соответствующая волновая функция обозначена $\Psi_0(z)$. Электроны свободно движутся в направлении проволоки. Запишем хорошо известные выражения для волновых функции и спектра электрона в квантовой проволоке с параболическим потенциалом конфайнмента [1]

$$\Psi_{n,k}(r) = \sqrt{1/L} H_n(y) e^{ikx} \Psi_0(z) \tag{6}$$

$$E_{n,k} = \hbar\omega\left(n+\frac{1}{2}\right)+\frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}+E_z^0$$

где $H_n(y)$ – полином Эрмита, L - длина проволоки, m^* - эффективная масса электрона проводимости и $\Psi_0(z)=b_0^{3/2} z e^{-b_0 z/2}/2$, $\langle L_z\rangle = 3/b_0$.

Используя волновую функцию (6), для квадрата модуля матричного элемента перехода электрона между состояниями (n,k) и (k',n') с участием акустического фонона с волновым вектором q получим

$$\left|\langle k_z, n|M|k_{z',n'}\rangle\right|^2 = \frac{E_d^2\hbar q}{2\rho\upsilon_s\Omega_0}\left(1+\frac{q_z^2}{b_0}\right)^{-3}\frac{u^{n'-n}}{n!n'!}e^{-u}\left[L_n^{n'-n}(u)\right]^2 \qquad (7)$$

здесь E_d- константа деформационного потенциала, ρ -плотность квантовой системы, υ_s –скорость звука в веществе, $L_n^m(x)$ -обобщенные полиномы Лагерра, $u=l_\omega^2 q_y^2/2$, $l_\omega^2=\hbar/m^*\omega$.

Подставляя (3) и (7) в (2), принимая независимость время релаксации от энергии, и переходя от суммирования по κ к интегралу, получаем при $\hbar\omega_q < K_B T$:

$$\gamma = A\exp\left(-\frac{\hbar^2\left(q_z^2+b'^2\right)}{2m^* K_B T}\right)\exp\left(-\frac{\hbar\omega(n+n'+1)}{2K_B T}\right)\times$$
$$\times\left\{1+\frac{\tau\nabla T}{m^* T}\left[\frac{\hbar^2}{2m^*}\left(\frac{q_z^2}{4}+b'^2\right)+\frac{\hbar\omega_k}{2}+\frac{\hbar\omega}{2}(n+n'+1)\right]\left(\frac{1}{\upsilon_s}+\frac{m^*\omega(n'-n)}{q_z K_B T}-\frac{m^*\upsilon_s}{K_B T}\right)\right\} \qquad (8)$$

где

$$A=\frac{\sqrt{\pi m^*}E_d^2 n_1 q}{\sqrt{2}(K_B T)^{3/2}\rho L_y L_z \delta_n}\left(1+\frac{q_z^2}{b_0}\right)^{-3}\frac{u^{n'-n}}{n!n'!}e^{-u}\left[L_n^{n'-n}(u)\right]^2,\quad b'=\frac{m^*\left[\omega(n-n')-\omega_k\right]}{\hbar q_z}$$

Термоэлектрическое увеличение фононов в КП в магнитном поле

Во внешнем магнитном поле, направленном по оси z, волновая функция и собственное значение электрона в КП имеют вид:

$$\Psi_{Nk}=\Phi_n(y-y_0)e^{ikx}\psi_0(z)/\sqrt{L} \qquad (9)$$
$$E_{Nk}=\left(N+\frac{1}{2}\right)\hbar\tilde{\omega}+\frac{\hbar^2k^2}{2\tilde{m}^*}+E_z$$

здесь N-индекс уровня Ландау, k-волновой вектор в x направлении, $\tilde{\omega}=\sqrt{\omega_c^2+\omega^2}$, $\tilde{m}=m^*\tilde{\omega}^2/\omega$, $y_0=\tilde{b}l_b^2 k$, $\tilde{b}=\omega_c/\tilde{\omega}$ и $\tilde{l}_b=\hbar/m^*\tilde{\omega}$.

Используя волновую функцию (6), для квадрата модуля матричного элемента перехода электрона между состояниями (k,N) и (k',N') с участием акустического фонона с волновым вектором q, получим

$$\left|\langle kN|M|k'N'\rangle\right|^2 = \frac{E_a^2\hbar q}{2\rho\upsilon_c\Omega_0}\left(1+\frac{q_z^2}{b_0^2}\right)^{-3}\frac{N!e^{-u}\upsilon^{N'-N}}{N'!}\left[L_N^{N'-N}(\vartheta)\right]^2 \qquad (10)$$

где $\vartheta = \widetilde{l}_b^{\,2}\left(q_x^2+\widetilde{b}\,q_y^2\right)$

Подставляя (3) и (10) в (2), принимая независимость времени релаксации от энергии, и переходя от суммирования по k к интегралу, получаем при $\hbar\omega_q < K_BT$:

$$\gamma_H = A'\exp\left(-\frac{\hbar^2(q_z^2+b'^2)}{2m^*K_BT}\right)\exp\left(-\frac{\hbar\widetilde{\omega}(N+N'+1)}{2K_BT}\right)\times$$
$$\left\{1+\frac{\tau\nabla T}{m^*T}\left[\frac{\hbar^2}{2m^*}\left(\frac{q_z^2}{4}+b''^2\right)+\frac{\hbar\omega_k}{2}+\frac{\hbar\widetilde{\omega}(N+\widetilde{N}'+1)}{2}\right]\left(\frac{1}{\upsilon_s}-\frac{\widetilde{m}^*\widetilde{\omega}(N-N')}{q_zK_BT}-\frac{\widetilde{m}^*\upsilon_s}{K_bT}\right)\right\} \qquad (11)$$

где

$$A' = \frac{\sqrt{\pi m^*}E_d^2n_1q}{\sqrt{2}(K_BT)^{3/2}L_yL_z\delta_N\rho}\left(1+\frac{q_z^2}{b_0^2}\right)^{-3}\frac{N!e^{-u}\upsilon^{N'-N}}{N'!}\left[L_N^{N'-N}(\vartheta)\right]^2,\ b'' = \frac{\widetilde{m}^*\left[\widetilde{\omega}(N-N')-\omega_k\right]}{hq_z}$$

Из (8) и (11) следует, что, если $\gamma>0$, фононная заселенность увеличивается, в то время как при $\gamma<0$ она затухает. Чистый рост фононной заселенности является достижимым при γ большем, чем уменьшения τ_q^{-1}, обусловленные эффектами , отличными от фононного поглощения и эмиссии электронами (например, трехфононного процесса взаимодействия и т.д).

Для разумных параметров параболической КП GaAs/Ga$_{1-x}$Al$_x$As $m^*=0.07m_0$, ρ=5.4г/cm^3, υ_s=3·10^{5}cm/c, E_d=7эВ, получено, что $\gamma > \gamma_{объем}$ и $\gamma_H > \gamma > \tau_q^{-1}$. Из сравнение (8) и (11) видно, что коэффициент термоэлектрического увеличения фононов в КП в присутствии магнитного поля возрастает. Это связано с тем, что в магнитном поле носители в КП сильнее локализованы, поэтому процессы рассеяния носителей на фононах происходят более активно. На эффективное увеличение рассеяния электронов в ультраквантовом пределе с ростом магнитного поля обращалось внимание в [20] . Из (8) и (11) видно, что коэффициент термоэлектрического увеличения фононов возрастает с уменьшением поперечного сечения проволоки. Следовательно, уменьшение "мерности" квантовой системы, т.е. увеличение локализации зонных носителей, приводит к возрастанию коэффициента термоэлектрического увеличения фононов .

[1] *P.Vasilopoulos, F.M. Peeters.* Phys.Rev.B 40,10079 (1989).
[2] *P.Vasilopaulos, P.Warmenbol, F.M. Peeters, and J.T. Devrese.* Phys.Rev.B **40**, 1810 (1989).
[3] *D. Jovanovic, S. Briggs, and J.P. Leburton.* Phys.Rev.B 42,11108 (1990).
[4] *V.D. Shadrin and F.E. Kistenev.* J. Appl.Phys. **75**, 985 (1994).
[5] *C.C. Wu and C.J.Lin.* J.Appl.Phys.83, 1390, (1998).
[6] *G.B. Ibragimov.* J.Phys.: Condens.Matter 14, 8145 (2002)
[7] *G.B. Ibragimov.* Phys. Stat. Sol.(b), **236**, 112 (2003).
[8] *G.B. Ibragimov.* J.Phys.: Condens.Matter **15**, 1427 (2003).
[9] *S.S. Kubakaddi and B.G. Mulimani.* J.Appl.Phys.58, 3643 (1985).
[10] *L.D. Hicks and M.S. Dresselhaus.* Phys.Rev.B47, 16631(1993).
[11] *D.A. Broido and T.L. Reinecke.* Appl.Phys.Lett.67,100 (1995).

[12] *D.A. Broido and T.L. Reinecke*. Appl.Phys.Lett.70, 2834 (1995).
[13] G.T.Guttman, E.B.Jacob and D.J.Bergmann, Phys.Rev.B52, 5256 (1995).
[14] T. *Koga, T.C. Harman, S. B. Cronin and M.S. Dresselhaus*. Phys. Rev.B 60, 14286 (1999).
[15] *Д.А. Пшенай-Северин, Ю.И.Равич*. ФТП 36, 974 (2002).
[16] *А.И.Ансельм* . Введение в теорию в полупроводников Наука М. с.616, (1978).
[17] *O.A.C.Nunes*. J.Appl.Phys 59, 651 (1986).
[18] *C.Rodrigues, A.L.A. Fonseca and O.A.C.Nunes*. J.Appl.Phys 80, 2854 (1996).
[19] *Б.М. Аскеров*. Кинетические эффекты в полупроводниках. Наука,Л. с.303,(1970).
[20] *P.J. Peters, P. Schehzger, M.J. Lea, Yu.P. Monarhe, P.K.H. Sommerfeld, R.W. van der Heijden*. Phys.Rev. B,50, 11 570 (1994)

PARABOLİK POTENSİALLI KVANT NAQİLLƏRDƏ FONONLARIN TERMOELEKTRİK ARTMASI

İBRAHİMOV H.B.

Parabolik potensiallı kvant naqildə temperatur qradienti olduqda elektronlarla qarşılıqlı təsirdə olan akustik fononların termoelektrik artması tədqiq olunmuşdur. Göstərilmişdir ki, fononların termoelektrik artma əmsalı naqilin en kəsiyinin azalması ilə artır. Maqnit sahəsində kvant naqillərdə fononların termoelektrik artma əmsalının böyüməsi müəyyən olunmuşdur.

THERMOELECTRIC AMPLIFICATION OF PHONONS IN QUANTUM WIRE WITH A PARABOLIC POTENTIAL

IBRAGIMOV G. B.

Thermoelectric amplification of acoustical phonons interacting with electrons confined in quantum wire with a parabolic potential subjected to an external temperature gradient is studied. It is found that phonon amplification coefficient increases with decreasing cross-section of the wire. It is also shown that phonon amplification coefficient increases with increasing magnetic field.